

第4讲 与圆有关的计算

一、圆与正多边形

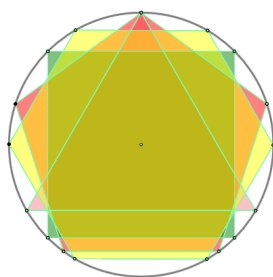
知识回顾：

正多边形的定义：_____相等，_____也相等的多边形，叫做正多边形

正 n 边形一个内角度数：_____

正 n 边形一个外角度数：_____

正多边形和圆的关系非常密切，只要把一个圆分成相等的一些弧，连接相邻等分点就可得到正 n 边形。



1. 圆内接正多边形相关概念

圆内接正多边形的概念

顶点都在圆上的正多边形叫做圆的_____，这个圆叫做这个正多边形的_____。

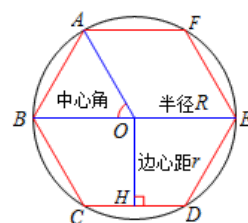
正多边形的外接圆的圆心叫做这个正多边形的_____。

正多边形的_____的半径叫做正多边形的半径。

正多边形每一边所对的_____角叫做正多边形的_____。

中心到正多边形的一边的距离叫做正多边形的_____。

例如：如图，点_____为正六边形 $ABCDEF$ 的中心，_____为中心角，
____、____、_____为正六边形 $ABCDEF$ 的半径，_____为正六边形 $ABCDEF$ 的边心距。



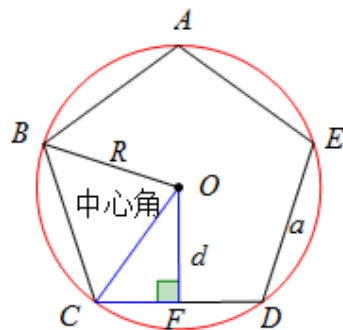
2. 圆内接正多边形的相关计算

(1) 正 n 边形中心角的求法：中心角 $\angle BOC =$ _____.

(2) 正 n 边形的边心距的求法：边心距 $d =$ _____.

(3) 正 n 边形的面积的求法： $S =$ _____.

(l 是正多边形的周长， $l = na$)



3. 特殊正多边形相关计算的结论

半径为 R 的圆内接正多边形：

	正三角形	正方形	正六边形
图形			
中心角			
边心距			
边长			
边心距：半径：边长			
周长 C			
面积 S			

🍎 举个“栗”子

|| 栗子1

1. 以半径为2的圆的内接正三角形、正方形、正六边形的边心距为三边作三角形，则该三角形的面积是

().

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

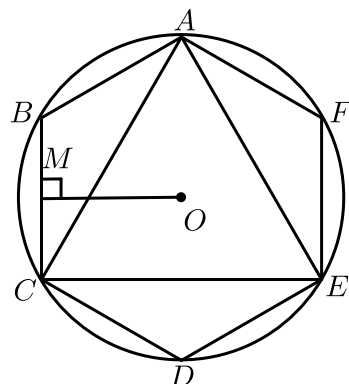
B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\sqrt{2}$

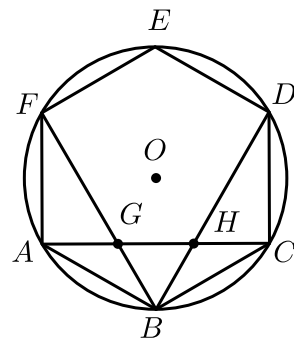
D. $\sqrt{3}$

栗子2

2. 如图，已知 $\odot O$ 的内接六边形 $ABCDEF$ 的边心距 $OM = 2$ ，则该圆的内接正三角形 ACE 的面积为（ ）。



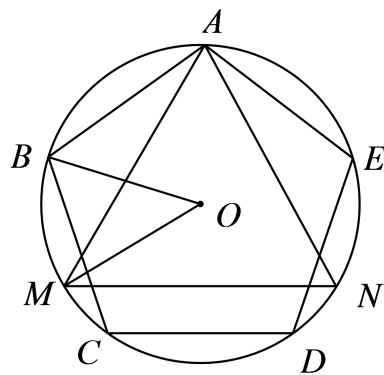
- A. 2 B. 4 C. $6\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$
3. 如图，在圆内接正六边形 $ABCDEF$ 中， BF ， BD 分别交 AC 于点 G ， H 。若该圆的半径为 15cm ，则线段 GH 的长为（ ）。



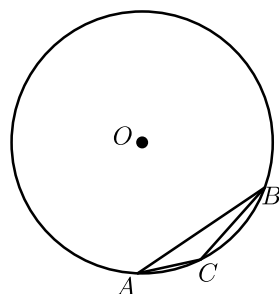
- A. $\sqrt{5}\text{cm}$ B. $5\sqrt{3}\text{cm}$ C. $3\sqrt{5}\text{cm}$ D. $10\sqrt{3}\text{cm}$

栗子3

4. 如图，正五边形 $ABCDE$ 和正三角形 AMN 都是 $\odot O$ 的内接多边形，则 $\angle BOM =$ _____。



5. 如图, A, B, C 在 $\odot O$ 上, AB 是 $\odot O$ 内接正六边形的一边, BC 是 $\odot O$ 内接正十边形的一边, 若 AC 是 $\odot O$ 内接正 n 边形的一边, 则 n 等于 () .



- A. 12 B. 15 C. 18 D. 20

栗子4

6. 已知正六边形的半径是3, 则这个正六边形的边长是 _____ .
7. 正六边形的内切圆与外接圆半径之比是 () .
- A. $\sqrt{2}:2$ B. $1:2$ C. $\sqrt{3}:3$ D. $\sqrt{3}:2$

二、圆中计算

1. 弧长公式

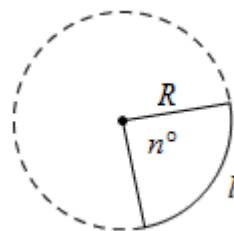
思考: 我们知道, 弧是圆的一部分, 弧长就是圆周长的一部分. 想一想, 如何计算圆周长, 圆的周长可以看作是 360° 的圆心角所对的弧长? 那么 1° 的圆心角所对的弧长是多少? n° 的圆心角呢?

由上面的思考题, 我们知道求一段弧的长度, 就是求这段弧包括 _____ 1° 的圆心角所对的弧长.

弧长公式: _____ .

! 注意:

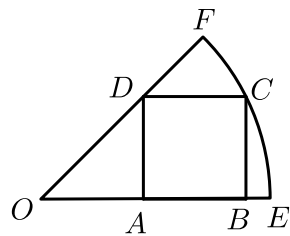
- ① 圆心角的单位若不全是“度”, 一定要化为 _____ 再代入公式;
- ② 公式中的三个未知量 l 、 n 、 R 只要知道两个就可以求出第三个, 从而可以推得圆心角的计算公式为: _____ .
- ③ 公式里的 180、 n 在弧长计算公式中表示倍分关系, _____ .



栗子5

8. 在半径为3的圆中, 150° 的圆心角所对的弧长为 () .
- A. $\frac{15}{4}\pi$ B. $\frac{15}{2}\pi$ C. $\frac{5}{4}\pi$ D. $\frac{5}{2}\pi$

9. 如图，边长为2的正方形 $ABCD$ 的四个顶点分别在扇形 OEF 的半径 OE 、 OF 和弧 $\widehat{EF}$ 上，且点 A 是线段 OB 的中点，则弧 $\widehat{EF}$ 的长为（ ）。



- A. $\frac{\sqrt{5}}{5}\pi$ B. $\frac{\sqrt{5}}{4}\pi$ C. $\frac{1}{2}\pi$ D. $\frac{\sqrt{5}}{2}\pi$

栗子6

10. 已知扇形的弧长为 2π ，圆心角为 60° ，则它的半径为 _____。

栗子7

11. 半径为6cm的圆上有一段长度为 2.5π cm的弧，则此弧所对的圆心角为（ ）。
- A. 35° B. 45° C. 60° D. 75°

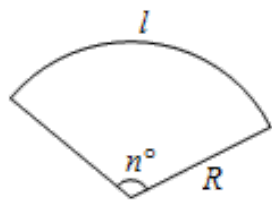
2. 扇形面积公式

思考：对比求弧长的方法，思考一下，如何计算圆的面积？ 1° 的圆心角所对的扇形面积是多少？ n° 的圆心角呢？

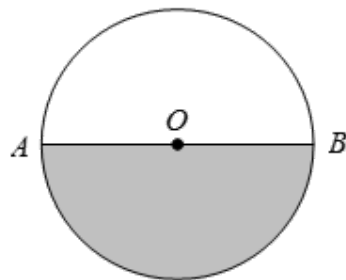
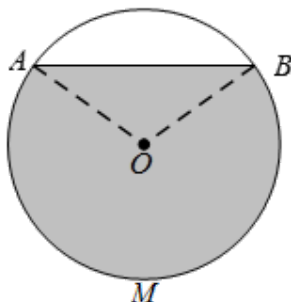
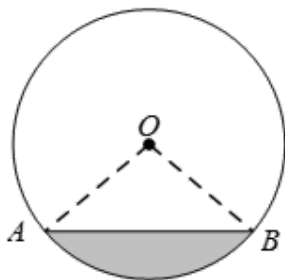
扇形面积公式： $S_{\text{扇形}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

利用扇形的弧长的计算公式有：

$S_{\text{扇形}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（ l 是这个扇形的_____）



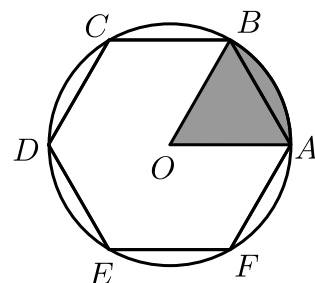
弓形面积：由弦及其所对的弧组成的图形。弓形面积可以看做是_____扇形面积和_____面积的分解或组合。根据弧的情况不同，分下三种情况：



- ①当弓形所含的弧是劣弧时， $S_{\text{弓形}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 ②当弓形所含的弧是优弧时， $S_{\text{弓形}} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 ③当弓形所含的弧是半圆时， $S_{\text{弓形}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

栗子8

12. 如图，边长为3的正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，则扇形 OAB （图中阴影部分）的面积为（ ）。



- A. π B. $\frac{3\pi}{2}$ C. 3π D. $\frac{9\pi}{4}$

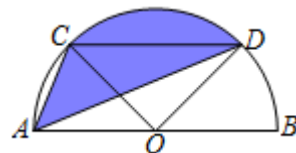
栗子9

13. 一个扇形的弧长是 8π ，面积是 48π ，则这个扇形的圆心角度数是（ ）。

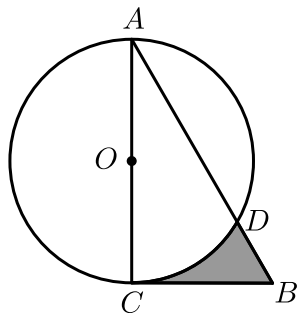
- A. 45° B. 120° C. 135° D. 150°

栗子10

14. 如图，半圆 O 的直径 $AB = 2$ ，弦 $CD \parallel AB$ ， $\angle COD = 90^\circ$ ，则图中阴影部分的面积为 _____。



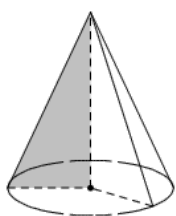
15. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，以直角边 AC 为直径作 $\odot O$ 交 AB 于点 D ，则图中阴影部分的面积是（ ）。



- A. $\frac{15\sqrt{3}}{4} - \frac{3}{2}\pi$ B. $\frac{15\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\pi$ C. $\frac{7\sqrt{3}}{4} - \frac{\pi}{6}$ D. $\frac{7\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

3. 圆锥侧面积公式

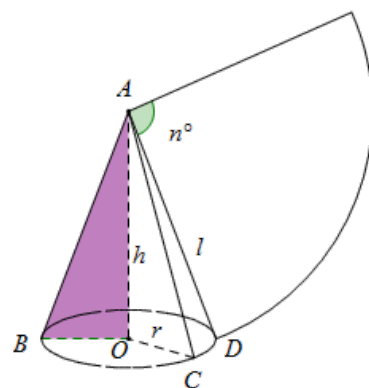
圆锥相关概念

圆锥 相关定义 	定义	圆锥可看做是由一个_____三角形绕一条直角边所在的直线旋转而成的图形. 这条直线叫做圆锥的_____. 垂直于轴的边旋转而成的面叫做圆锥_____, 底面是一个圆面. 斜边旋转而成的面叫做圆锥的_____.
	高	从圆锥的_____到_____的距离叫做圆锥的高.
	母线	连接圆锥的_____和_____的任意一点的线段叫做圆锥的母线.

母线、高、底面半径的关系

如图所示, 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕直角边 OA 所在的直线旋转一周, 得到圆锥, 底面是以 O 为圆心, OB 为半径的圆, 侧面展开图是一个扇形; _____是圆锥的高, _____、_____、_____是底面半径, _____、_____、_____是圆锥的母线.

母线长 l 、高 h 、底面半径 r 之间满足关系: _____.



圆锥侧面积公式

沿一条母线将圆锥侧面剪开并展平, 得到圆锥的侧面展开图是一个扇形, 那么这个扇形的_____就是圆锥的_____, 扇形的_____就是圆锥的_____, $2\pi r$, 因此,

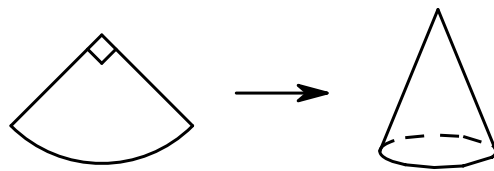
①圆锥的侧面积为 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$,

②圆锥的全面积为 $S_{\text{全}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

③设这个展开的扇形圆心角为 n° , 圆锥的侧面积还可以表示为 $S_{\text{侧}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

栗子11

16. 如图，现有一圆心角为 90° ，半径为 8cm 的扇形纸片，用它恰好围成一个圆锥的侧面（接缝忽略不计），则该圆锥底面圆的半径为（ ）。



- A. 4cm B. 3cm C. 2cm D. 1cm
17. 圆锥的母线长是 3 ，底面半径是 1 ，则这个圆锥侧面展开图圆心角的度数为（ ）。
- A. 90° B. 120° C. 150° D. 180°

栗子12

18. 一个圆锥的底面半径 $r = 10$ ，高 $h = 20$ ，则这个圆锥的侧面积是（ ）。

- A. $200\sqrt{3}\pi$ B. $200\sqrt{5}\pi$ C. $100\sqrt{3}\pi$ D. $100\sqrt{5}\pi$

栗子13

19. 已知扇形的半径为 10cm ，圆心角为 270° ，用它做成圆锥的侧面，则圆锥的高为 _____ cm 。

栗子14

20. 已知圆锥的侧面积为 $10\pi \text{ cm}^2$ ，侧面展开图的圆心角为 36° ，该圆锥的母线长为（ ）。

- A. 100cm B. $\sqrt{10}\text{cm}$ C. 10cm D. $\frac{\sqrt{10}}{10}\text{cm}$